

IX. Békés Megyei Középiskolai Matematikaverseny

2016/2017

12. évfolyam

1. Egy számtani sorozat első öt páratlan indexű tagjának összege 85, az első hat páros indexű tagjának összege pedig 138. Számítsd ki a számtani sorozat második elemét és az első 20 tag összegét!
2. Legyenek az ABC háromszög csúcsainak koordinátái a derékszögű koordináta-rendszerben $A(0;5)$, $B(12;0)$ és $C(4;9)$! Határozd meg az ABC háromszög területének mérőszámát, a C csúcshoz tartozó magasságvonalának egyenletét és az A csúcsonál lévő szögét!
3. Határozd meg az alábbi egyenlet értelmezési tartományát, majd oldd meg a valós számok legbővebb részalmazán!

$$\sqrt{2 \cdot \cos x + 2017} = \sqrt{2017 + \sqrt{8} \cdot \cos x - \sqrt{\cos x}}$$

4. Egy szabályos dobókockát *háromszor* egymás után feldobtunk, a kapott számokat egymás után leírtuk.
 - a) Hány olyan lehetőség van, ahol *mindhárom* dobott szám *négyzetszám*?
 - b) Azt tapasztaltuk, hogy az *első két* dobott szám összege megegyezett a *harmadik* dobás értékével. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ilyen feltétel mellett legalább egyszer 2-est dobjunk? A valószínűséget %-os alakban, egészre kerekítve add meg!
 - c) Jelöljük A -val a pozitív egész számok négyzeteinek halmazát! Mutasd meg, hogyha az A halmaz elemei közül tetszőlegesen (véletlenszerűen) kiválasztunk *hetet*, akkor a kiválasztottak között mindig lesz legalább *kettő* olyan, amelyek különbsége osztható lesz 10-zel!
5. Legyen N a természetes számok halmaza!
 - a) Mutasd meg azt, hogy az $n^5 - 5n^3 + 4n$ alakú kifejezés helyettesítési értéke minden N -beli n -re osztható 120-szal!
 - b) Milyen $n \in N$ esetén lesz az a)-beli kifejezés helyettesítési értéke 360-nal is osztható?

Sikeres munkát kívánunk!



***A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésedre.
Válaszaidat kellően indokold!***

Használható eszközök: számológép, függvénytáblázat, író- és rajzeszközök

