

## ***X. Békés Megyei Középiskolai Matematikaverseny***

***2017/2018***

***10. évfolyam***

1. Egy társaság meghatározott számú tallért oszt szét egymás között. Az első kap 10 tallért, meg még a maradék tizedét. A második kap 20 tallért, és még az így megmaradt tallérok tizedét. A harmadik kap 30 tallért, és még az így megmaradt tallérok tizedét, és így tovább mindaddig, amíg el nem fogy az összes tallér. Ekkor kiderült, hogy mindenki ugyanannyi tallért kapott. Hány tagú a társaság?
2. A nemsokára kezdődő téli olimpián 15 sportágban versenyeznek majd. Legalább hány szurkoló kellene ahhoz, hogy biztosan legyen köztük legalább két ugyanolyan ízlésű: akik ugyanazokra a sportágakra akarnak jegyet venni, és ugyanazokra nem vennének semmiképp sem, és ugyanazoknál a sportágaknál mindegy, hogy sikerül-e jegyet venniük rá? Válaszodat indokold!
3. Adott két egymást kívülről érintő kör, melyek hasonlósági aránya 1:2. A nagyobb kör sugara 10 cm-rel nagyobb a kisebbénél. Több olyan egyenes is van, amely mindkét kört érinti. Mekkora területű síkidomot zárnak közre a két kör közös külső és belső érintői?
4. Milyen egész számot írhatunk az alábbi másodfokú egyenletben  $n$  (paraméter) helyébe, ha azt akarjuk, hogy az  $x^2 + 2x + n = 0$  egyenletnek
  - a. legyen megoldása?
  - b. két különböző, ellenkező előjelű megoldása legyen?
  - c. két különböző, ellenkező előjelű megoldása legyen, amelyeket számegyenesen ábrázolva, ne legyenek egymástól 4 (egység)-nél távolabb!
5. Tekintsük a következő kifejezést, amelyben „ $p$ ” prímszámot jelöl:  $p^4 + p^3 - 4p^2 - 4p$ 
  - a. Bizonyítsd, hogy a kifejezés értéke minden prím esetén páros!
  - b. Bizonyítsd, hogy a kifejezés értéke minden prím esetén osztható 3-mal!
  - c. Milyen tulajdonságú  $p$  prímszám esetén lesz osztható 18-cal?

***Sikeres munkát kívánunk***

***A feladatok megoldására 180 perc áll rendelkezésedre.***

***Válaszaidat kellően indokold!***

***Használható eszközök: számológép, függvénytáblázat, író- és rajzeszközök***