

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny LIII. esztendő

2014-2015. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Az x , y és z olyan pozitív egész számok, amelyek kielégítik az $7x^2 - 3y^2 + 4z^2 = 8$ és $16x^2 - 7y^2 + 9z^2 = -3$ egyenleteket. Számítsuk ki az $x^2 + y^2 + z^2$ értékét.

2. Az $ABCD$ trapéz alapjai AB és CD , az átlók metszéspontja E . Számítsuk ki a trapéz területét, ha tudjuk, hogy az ABE háromszög területe 72, a CDE háromszög területe pedig 50.

3. Legyen n tetszőleges, 5-nél nagyobb pozitív egész szám. Bizonyítsuk be, hogy az

$$\{n+1; n+2; \dots; n+30\}$$

halmazban a prímek száma legfeljebb 8.

4. Az $ABCD$ négyszög AB oldalán a P , BC oldalán a Q , CD oldalán az R , DA oldalán az S olyan pontok, amelyekre

$$\frac{AP}{PB} = \frac{BQ}{QC} = \frac{CR}{RD} = \frac{DS}{SA} = k.$$

Határozzuk meg a k értékét, ha tudjuk, hogy a $PQRS$ négyszög területe 52%-a az $ABCD$ négyszög területének.

5. Legyen $N = 10^n - 3$, ahol $n \geq 1$. Adjuk meg N -nek azt a legkisebb többszörösét n függvényében, amelynek minden számjegye páratlan.

6. Egy konvex $2n$ oldalú sokszög *rombikus*, ha oldalai egyenlő hosszúak, és szemközti oldalai párhuzamosak. Tudjuk, hogy egy egységnyi oldalú rombikus konvex $2n$ -szög 666 darab egységnyi oldalú rombuszra bontható fel. Számítsuk ki n értékét.