Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIV. esztendő

2015-2016. tanév

9. évfolyam

I. forduló

1. A páronként különböző *a*, *b*, *c* valós számok egyike sem 0, és érvényes az

$$a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a}$$

egyenlőség. Számítsuk ki az *a*, *b*, *c* számok szorzatának abszolútértékét.

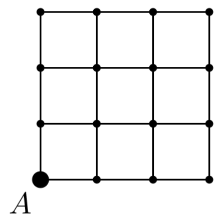
2. Egy pozitív egész szám *jó*, ha négyszerese számjegyei összegének. Határozzuk meg a legfeljebb négyjegyű *jó* számokat.

3. Hány olyan hegyesszögű háromszög van, amelynek oldalhosszai egymást követő pozitív egész számok, és kerülete legfeljebb 100?

4. Bizonyítsuk be, hogy ha p olyan prímszám, amelyre $p+2$ is prím (ikerprímek), és k tetszőleges nem negatív egész szám, akkor $p\cdot(p+2)+10^k$ összetett szám.

5. Az egységnyi oldalhosszú *ABC* szabályos háromszög *BC* oldalára mint alapra vegyük fel kifelé a *BDC* egyenlő szárú háromszöget úgy, hogy a szárak által bezárt szöge 120°-os legyen. *M* az *AB*, *N* az *AC* oldal pontja úgy, hogy az *MDN* szög 60°-os. Mekkora az *AMN* háromszög kerülete?

6. Egy 3 egység oldalhosszúságú négyzetet felosztottunk 9 darab egységoldalú négyzetre. Az így kapott rácsvonalakon *körutazást* teszünk az *A* pontból indulva úgy, hogy minden egységnyi hosszú szakaszon legalább egyszer átmegyünk, és utunkat az *A* pontban fejezzük be.



Milyen hosszú a legrövidebb *körutazás*?