

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVI. esztendő

2017-2018. tanév

10. évfolyam

Döntő

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet.

$$|x^2 - 3x - 4| = |x - 2| - 1$$

2. Az ABC szabályos háromszög BC oldalán a D pontot úgy vettük fel, hogy $CD = 2 \cdot BD$. A C pontból az AD szakaszra állított merőleges talppontja T . Igazoljuk, hogy a TBD szög ugyanakkora, mint a DAB szög.

3. Az a, b egész számok kielégítik a következő egyenletet:

$$\left(\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} - \frac{\frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \right) \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{1}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{2}{3}.$$

Számítsuk ki az $a + b$ értékét.

4. Adott a síkon n darab egyenes úgy, hogy bármelyik kettő metszi egymást. Tekintsük az egyenesek által páronként bezárt szöveget. Mutassuk meg, hogy van közöttük olyan, amelyik nem nagyobb $\frac{180^\circ}{n}$ -nél.

5. Az x, y, z nem negatív valós számokra $x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = \frac{13}{4}$. Határozzuk meg az $x + y + z$ maximumát.

6. Adott egy körvonalon n ($n \geq 6$) darab pont. Bármely két adott pontot szakasszal kötünk össze. Tudjuk, hogy a kör belsejében nincs olyan pont, amelyre három vagy több ilyen szakasz illeszkedne. Hány olyan háromszög van a körlapon, amelynek oldalai az adott pontokat összekötő szakaszokra illeszkednek?