

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVI. esztendő

2017-2018. tanév

9. évfolyam

Döntő

1. Számítsuk ki a következő kifejezés értékét.

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2018}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017}\right) - \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2018}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017}\right)$$

2. Az ABC háromszög C csúcsánál derékszög van. D az AC oldal felezőpontja. Igazoljuk, hogy

$$AB^2 + 3 \cdot BC^2 = 4 \cdot BD^2.$$

3. Az a, b, c valós számokra $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b} = x$. Határozzuk meg x értékét.

4. Az $ABCD$ derékszögű trapéz alapjai AD és BC , a derékszögű csúcsok A és B . A CD szár E pontjára teljesül, hogy $DE = EC = BC$. Bizonyítsuk be, hogy az AEC szög háromszor akkora, mint a DAE szög.

5. Tekintsük azokat az 5-re végződő tízes számrendszerbeli kilencjegyű pozitív egész számokat, amelyekben minden 0-tól különböző tízes számrendszerbeli számjegy pontosan egyszer fordul elő.

a) Hány ilyen szám van?

b) Van-e ezek között a számok között négyzetszám (valamely pozitív egész szám négyzete)? (A választ indokolni kell.)

6. Négy darab A , három darab B és három darab C betűből tízbetűs „szavakat” képezünk úgy, hogy két azonos betű nem kerül egymás mellé. Hány ilyen „szó” van?