

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVII. esztendő

2018-2019. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet.

$$|x-2|+|x-3|+|2x-8|=9$$

2. Az ABC derékszögű háromszög A csúcsnál levő belső szöge 30° -os. Az AC befogó fölé kifelé négyzetet, a BC befogó fölé kifelé szabályos háromszöget rajzolunk. A négyzet középpontja O_1 , a szabályos háromszög középpontja O_2 . Mekkora szöget zár be az AO_1 és AC szakaszok felezőpontjaira illeszkedő egyenes a BO_2 és BC szakaszok felezőpontjaira illeszkedő egyenessel?

3. Igazoljuk, hogy a $7+5n$ (n nem negatív egész szám) alakú számok között végtelen sok olyan van, amely megegyezik a 7 valamely pozitív egész kitevőjű hatványával.

4. Jelölje egy derékszögű háromszög befogóinak hosszát a és b , átfogójának hosszát c . Mutassuk meg, hogy

$$\frac{3c^2}{2} = \frac{c^6 - a^6 - b^6}{c^4 - a^4 - b^4}.$$

5. Legfeljebb hány, 16-nál nem nagyobb különböző pozitív egész szám adható meg úgy, hogy közülük akárhogyan választva hármat, azok nem lesznek páronként relatív prímek?

6. Egy téglatest élei 4, 16 és 27 egység hosszúak. Vágjuk szét a téglatestet legfeljebb 15 részre úgy, hogy a keletkezett részek mindegyikének felhasználásával egy kockát lehessen összeállítani.