Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny LII. esztendő

2013-2014. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Egy terem öt padjában ül öt diák, a 8-12. évfolyamok mindegyikéről egy-egy. Le kell ültetnünk melléjük újabb öt diákot, szintén egy-egy főt a 8-12. évfolyamokról úgy, hogy azonos évfolyamúak ne ülhessenek egymás mellé. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

2. Egy *ABCD* paralelogramma *DC* oldalegyenesén felveszünk egy *E* pontot úgy, hogy a *C* pont a *DE* szakaszon legyen és *CE*/*CD* = 1/3 teljesüljön. Jelöljük a *BC* oldal *B*-hez közelebbi harmadoló pontját *F*-fel, az *AF* és *BE* egyenesek metszéspontja pedig legyen *M*. Hányadrésze az *FMEC* négyszög területe a paralelogramma területének?

3. Bizonyítsuk be, hogy ha *a*, *b* és *c* egy háromszög oldalhosszai, akkor a

$$b^2x^2+\left(b^2+c^2-a^2\right)x+c^2=0$$

egyenlet egyetlen valós *x* értékre sem teljesül.

4. Mi az utolsó két számjegye 100 darab egymást követő természetes szám nyolcadik hatványa összegének?

5. Adott négy természetes szám, *a*, *b*, *c*, *d*, amelyekre $ab^2+ad^2+cb^2=ba^2+bd^2+ca^2$ és $a^2+b^2+c^2+d^2$ prím. Bizonyítsuk be, hogy $a=b$.

6. Adott a síkon *n*(> 3) pont, melyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre. Van-e olyan kör, amely legalább három ponton áthalad, és nem tartalmaz a belsejében egyetlen más megadott pontot sem?

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projekt az Európai Unió támogatásával,
az Európai Szociális Alap
társfinanszírozásával valósul meg.