XXII. Hajnal Imre Matematikai Tesztverseny és Módszertani Nap, Gyula

Béres Zoltán
beres@tippnet.rs

Algoritmusokkal kapcsolatos matematikafeladatok

2018. március 24.

Bevezető

Az algoritmus fogalmának „naiv” értelmezése:

Egy adott szabályrendszer szerint egymás után következő lépések sorozata.

Algoritmusok az életben…

Algoritmusok a matematikában…

- matematikatörténeti példák
- példák matematikaóráról

Algoritmusokat tanítunk?

Előfordulási módja:

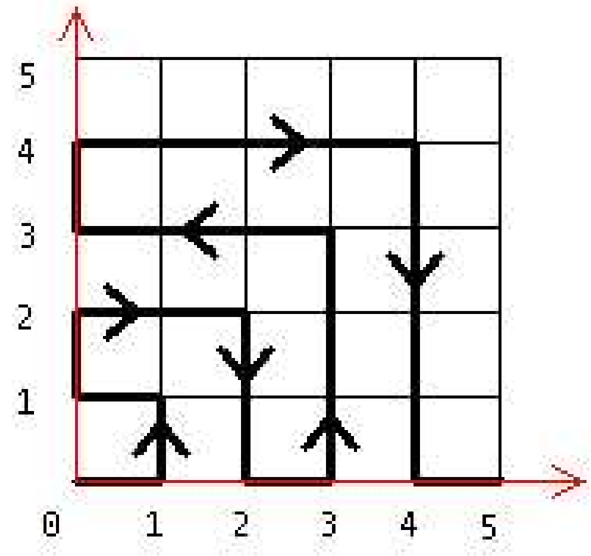
1. A feladat maga tartalmaz algoritmust.
2. A feladat megoldása során alkalmazunk algoritmust.

Az ilyen feladatok jellemzői:

– szövegesek
– kreativitást igényel a papíron való megjelenítésük
– minden diák hozzá tud szólni
– szerepet kap a sejtés–állítás–bizonyítás folyamata
– nem mindig látszik, milyen matematikai ismeretre támaszkodik
– alkalmasak mélyebb matematikai tartalom megjelenítésére
– variálható feladatok (sokmindent lehet kérdezni)

Jöjjenek a feladatok!

1. Egy csiga a koordináta-rendszer origójából indul, és az ábrán látható módon folytatja útját. Másodpercenként 1 egységet tesz meg. Melyik pontban lesz 2018 másodperc múlva?



Milyen merészek lehetünk általánosításkor?

A négyzetszámok elhelyezkedésének szemléltetése…

(1. feladat)

Továbbgondolásra:

1. Adjuk meg azt a hozzárendelési szabályt, amely a *k* számhoz hozzárendeli a csiga helyének a koordinátáit a *k*-adik lépés után!
2. Adjuk meg az 1. pontban megadott hozzárendelés fordítottját (inverzét)!
4. Adjunk meg a csiga mozgására egy másik algoritmust, és válaszoljuk meg a feladat kérdéseit! (Ötlet: például a csiga menjen csigavonal alakban)

2. Az A, B és C gépek mindegyike be tudja olvasni az (m;n) számpárt tartalmazó kártyát, ahol m és n egész számok, majd új kártyát ad ki. Eközben

(1) ha az A gép beolvassa az (m;n) számpárt tartalmazó kártyát, akkor kiad egy új kártyát, amelyre az (m–n;n) számpár van nyomtatva;

(2) ha a B gép beolvassa az (m;n) számpárt tartalmazó kártyát, akkor kiad egy új kártyát, amelyre az (m+n;n) számpár van nyomtatva;

(3) ha a C gép beolvassa az (m;n) számpárt tartalmazó kártyát, akkor kiad egy új kártyát, amelyre az (n;m) számpár van nyomtatva;

A kezdő kártyára a (19;81) számpár van ráírva. Vajon lehetséges-e a három gép valamilyen sorrendben való felhasználásával megkapni azt a kártyát, amelyen a következő számpár található: a) (7;13); b) (12;21)?

(2. feladat)

Feladat: Határozzuk meg, mely *n* természetes számok esetén egyszerűsíthető a $\dfrac{7n+5}{3n+2}$ tört!

3. Egy négyzet alakú erdő tízezer fából áll. A fák egy észak–déli, illetve kelet–nyugati irányú négyzetrács rácspontjaiban helyezkednek el úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban 100 fa van. Egy kismadár bármelyik fáról a tőle északi, délnyugati vagy délkeleti irányban lévő legközelebbi fára repülhet.

a) El tud-e jutni bármelyik fáról bármelyik fára?
b) Visszatérhet-e a kiindulási pontjára 50 felröppenés után?

(3. feladat)

Továbbgondolásra:

1. A madár az erdő közepén van valahol. Mely fákat tudja 5 átszállással meglátogatni?
2. A megadott erdőben melyik az a két fa, amely a legtöbb madárátszállásra van egymástól (miközben a madár mindig a „legrövidebb” úton repül)?
3. Hogyan módosulnak a kérdésekre adott válaszok, ha a kis madár északi irányú mozgása csak dupla olyan hosszú lehet, mint az eredeti feladatban?

4. Egy sorban $n \geq 3$ izzólámpa van mindegyik izzó alatt egy kapcsolóval. Ha megnyomjuk az i. sorszámú izzó alatti kapcsolót ($1 < i < n$), akkor megváltozik az $i - 1$-edik, az i-edik és az $i + 1$-edik helyen található izzó állapota; ha megnyomjuk az első kapcsolót, akkor megváltozik az első és a második, ha megnyomjuk az utolsó kapcsolót, akkor pedig megváltozik az utolsó előtti és az utolsó izzó állapota. Határozd meg mindazokat az n természetes számokat, amelyek esetében a kezdeti állapottól függetlenül lehetséges, véges számú lépésben eljutni addig az állapotig, amelyben az összes izzó világít.

5. 2011 barlang van egy sorban, a barlangok egyikében pedig tömérdek kincs van elrejtve. Ali baba szeretné megtalálni a kincset, de csak annyit tehet, hogy minden nap bemegy egy barlangba, és megnézi, ott van-e a kincs. Ugyanakkor minden éjszaka az összes kincset a 40 rabló átpakolja egy szomszédos barlangba. (Ha a kincs az egyik szélső barlangban volt, akkor az egyedüli szomszédosba.) Van-e Ali babának olyan stratégiája, amellyel biztosan megtalálja a kincset?

6. Peti a születésnapi zsúrján egy tábla csokoládét szeretne szétosztani. A csokoládé 3 × 7 „kockára” van osztva, hogy könnyebb legyen széttördelni. Mivel éppen 21-en vannak a zsúron, ezért Peti anyukája elkezdi összetörni a csokoládét kockákra. Mindig egy darabot tör ketté egy bejelölt „él” mentén.

Adjunk meg egy algoritmust, amely tetszőleges táblaméret esetén a legkevesebb számú töréssel aprítja föl a csokoládétáblát egységnyi „kockákra”!

7. $n > 4$ darab kártya mindegyikére felírták a +1 és –1 számok valamelyikét. Legkevesebb hány kérdésből lehet megtudni a kártyára felírt összes szám szorzatát, ha egy kérdéssel pontosan három tetszőlegesen kiválasztott kártyán lévő szám szorzatát tudhatjuk meg?