

***XXIII. HAJNAL IMRE  
MATEMATIKA TESZTVERSENY***

*Feladatsor*

*I. kategória*



*Békés Megyei Tagozata*

*GYSZC Harruckern János  
Szakgimnáziuma, Szakközépiskolája,  
Szakiskolája és Kollégiuma*

*MTA SZAB Békés Megyei Testületének  
Matematika Tudományos Műhelye*

*2019. március 23.*

*Gyula*

1.  $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{2}{9}$       (C)  $\frac{1}{9}$       (D)  $\frac{5}{9}$       (E)  $\frac{2}{3}$

2. Hat szám átlaga 4,5. Hozzáveszünk a számokhoz még két számot, és az így kapott nyolc szám átlaga is 4,5. Mennyi a két hozzávett szám összege?

- (A) 27      (B) 9      (C) 36      (D) 4,5      (E) 8

3. Az első tíz pozitív egész szám között hány olyan van, amely előáll két különböző prímszám összegeként?

- (A) 10      (B) 9      (C) 7      (D) 5      (E) 4

4. Az  $ABCD$  négyzet  $CD$  oldalára kifelé felvesszük a  $CED$  szabályos háromszöget. Mekkora a  $BEA$  szög?

- (A)  $16^\circ$       (B)  $22,5^\circ$       (C)  $30^\circ$       (D)  $36^\circ$       (E)  $40^\circ$

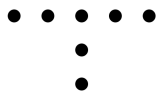
5. Ha  $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}}$ , akkor  $x =$

- (A)  $\sqrt{2} - 2$       (B)  $\sqrt{2} + 2$       (C)  $\sqrt{2}$       (D)  $\sqrt{2} + 1$       (E)  $\sqrt{2} - 1$

6. Egy húrtrapéz alapjai 4 cm és 9 cm hosszúak. Mekkora a húrtrapéz területe, ha tudjuk, hogy van beírható köre?

- (A)  $39 \text{ cm}^2$       (B)  $36 \text{ cm}^2$       (C)  $78 \text{ cm}^2$       (D)  $48 \text{ cm}^2$       (E)  $38 \text{ cm}^2$

7. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai az ábrán látható pontok közül valók?



- (A) 28      (B) 10      (C) 12      (D) 22      (E) 24

8. Melyik az a legnagyobb  $k$  pozitív egész szám, amelyre  $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$  bármely páratlan pozitív egész  $n$  esetén osztható  $2^k$ -nal?

- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 10

9. Bonifác hétfőn, kedden, szerdán és csütörtökön igazat mond, a hét többi napján hazudik. Szervác hétfőn, pénteken, szombaton és vasárnap mond igazat, más napokon hazudik. Egyik napon mindketten azt mondták, hogy „Tegnap hazudtam.” Melyik napon mondták ezt?

- (A) hétfőn      (B) szerdán      (C) csütörtökön      (D) pénteken      (E) szombaton

10. Az  $ABCD$  paralelogramma  $AD$  oldalának  $E$  pontjára teljesül, hogy  $AE : ED = 2 : 1$ . Az  $EC$  szakasz a  $BD$  átlót az  $M$  pontban metszi. Ekkor  $DM : MB =$

- (A)  $1 : 3$       (B)  $1 : 4$       (C)  $1 : 2$       (D)  $2 : 5$       (E)  $2 : 7$

11. A valós számok körében a  $*$  műveletet a következőképpen definiáljuk: bármely  $a$  és  $b$  valós szám esetén  $a * b = \frac{a \cdot b}{2} \cdot (a - 3b)$ . Mit mondhatunk a következő egyenletről?

$$x * 2 = 3 * (-1)$$

- (A) nincs megoldása    (B) végtelen sok megoldása van    (C) két különböző megoldása van  
 (D) a megoldás:  $x = -2$     (E) a megoldás:  $x = 3$

12. Máté és Marci versenyeztek 200 méteres síkfutásban. Az első futam alkalmával Marci célba érkezésekor Máté 10 méterrel volt Marci mögött. A második futamban Máté a startvonalról, Marci 10 méterrel mögüle indul. Mi lesz a második futam kimenetele, ha feltételezzük, hogy mindkét fiú ugyanakkora állandó sebességgel fut, mint az első futamban?

- (A) egyszerre érnek a célba    (B) Marci nyer 1 méterrel    (C) Máté nyer 1 méterrel  
 (D) Marci nyer 0,5 méterrel    (E) Máté nyer 0,5 méterrel

13. Az  $ABC$  háromszög oldalai centiméterben mérve egész szám hosszúak.  $AB$  14 centiméterrel,  $BC$  30 centiméterrel hosszabb, mint  $AC$ . Az  $ABC$  háromszög kerületének minimuma centiméterben

- (A) 44    (B) 47    (C) 91    (D) 94    (E) 95

14. Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AB$  átfogóját a beírt kör a  $D$  pontban érinti, és  $AD = 8$ ,  $BD = 7$ . Ekkor a háromszög területe

- (A) 28    (B) 49    (C) 56    (D) 60    (E) 64

15. Az alábbi L alakú táblázatba 1-től 9-ig kell beírni a számjegyeket úgy, hogy minden számjegy egyszer szerepeljen, minden mezőbe egy számjegy kerüljön és az oszlopban levő öt szám összege megegyezzen a sorban levő öt szám összegével. Hány különböző értéke lehet az  $x$ -nek?

$x$	4	9			7

- (A) 1    (B) 2    (C) 3    (D) 4    (E) 5

16. Hány olyan ötjegyű tízes számrendszerbeli pozitív egész szám van, amelyben bármely két szomszédos számjegy különbsége 3?

- (A) 40    (B) 41    (C) 43    (D) 45    (E) 50

17. Egy osztály 25 tanulója közül 10 fiú és 15 lány. A fiúk közül ketten, a lányok közül öten balkezesek. Az osztály tanulói közül véletlenszerűen kiválasztanak kettőt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindkettő balkezes?

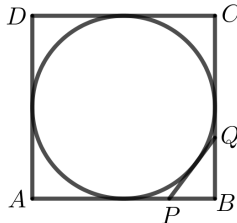
- (A)  $\frac{7}{15}$     (B)  $\frac{21}{50}$     (C)  $\frac{7}{100}$     (D)  $\frac{18}{25}$     (E)  $\frac{7}{25}$

18. Legfeljebb hány konkáv ( $180^\circ$ -nál nagyobb) szöge lehet egy  $n$  oldalú sokszögnek?

- (A) 1    (B) 2    (C)  $n - 3$     (D)  $n - 1$     (E)  $n - 2$

19. Egy számsorozat első  $n$  darab tagjának összege  $S_n = n^3 + 3$ . A sorozat tizedik tagja  
 (A) 274 (B) 2019 (C) 1003 (D) 271 (E) 997

20. Az  $ABCD$  négyzet beírt köréhez az ábrán látható módon húzott érintő az  $AB$  oldalt  $P$ -ben, a  $BC$  oldalt  $Q$ -ban metszi. Ha  $AB = 4 \cdot PB$  és  $BC = k \cdot QB$ , akkor  $k =$



- (A) 3 (B) 2,5 (C)  $\frac{8}{3}$  (D)  $\frac{10}{3}$  (E) 4,5

21. Az  $x$  valós szám és egy másik valós szám összege és szorzata megegyezik. Ekkor a két szám szorzata

- (A)  $\frac{x^2+1}{x-1}$  (B)  $\frac{x^2+1}{x+1}$  (C)  $\frac{x^2}{x+1}$  (D)  $\frac{x^2}{x-1}$  (E)  $\frac{x^2-1}{x+1}$

22. Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk, és lejegyezzük az egyes kockákkal dobott pontok számának (nem negatív) különbségét. Melyik különbség a legvalószínűbb?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

23. Tekintsük a következő állítást: „Ha az  $m$  pozitív egész szám nem prím, akkor  $m-2$  sem prím.” Az alábbi számok közül melyik ellenpélda az állításra?

- (A) 9 (B) 12 (C) 13 (D) 16 (E) 23

24. Egy kiránduló család (anya, apa, két gyermek) egy folyón szeretne átjutni egy kisméretű csónakkal. A csónak egyszerre egy felnőttet vagy legfeljebb két gyereket tud szállítani. Legkevesebb hány átkelésre van szükség ahhoz, hogy a család átjusson a túlsó partra? (1 átkelés: a csónak útja az egyik parttól a másikig. A csónak üresen nem mozdul.)

- (A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 13 (E) 15

25. Egy asztalon elhelyezünk 120 darab 5 forintost egy sorban. Az első körben balról indulva minden másodikat kicseréljük 10 forintosra. A második körben minden harmadik érmét kicseréljük 20 forintosra, a harmadik körben minden negyedik érmét 50 forintosra, és végül a negyedik körben minden ötödik érmét 100 forintosra. Hány forint lesz a négy kör után az asztalon levő 120 darab érme összértéke?

- (A) 4000 (B) 4400 (C) 4440 (D) 4600 (E) 4800