

1.  $22^2 - 20^2 =$   
(A) 2 (B) 4 (C) 42 (D) 44 (E) 84
2. Az  $ABC$  háromszögben  $ABC\alpha = 2x^\circ$ ,  $BCA\alpha = (x+15)^\circ$ ,  $CAB\alpha = (2x-10)^\circ$ . Ekkor  $x =$   
(A) 30 (B) 35 (C) 40 (D) 25 (E) 32
3. Ha  $\frac{1+2+3+\dots+n}{3n} = 36$ , akkor  $n =$   
(A) 215 (B) 195 (C) 185 (D) 205 (E) 225
4. Egy taxiban egy utas ülhet a jobb első ülésen és három utas a hátsó üléseken. Hányféleképpen ülhet be egy négy fős társaság a taxiba, ha egyikőjük nem szeretne elől ülni?  
(A) 4 (B) 6 (C) 12 (D) 18 (E) 24
5. Az  $x^2 + 3x + 2 = |x+1|$  egyenlet különböző valós gyökeinek összege:  
(A) -4 (B) 4 (C) 0 (D) -1 (E) 2
6. A  $k$  paraméter mely valós értékei esetén lesz a következő egyenletrendszer megoldása olyan  $(x; y)$  rendezett számpár, amelyre  $x > 0$  és  $y > 0$  teljesül?  

$$\left. \begin{array}{l} kx - y = 2 \\ x + y = 3 \end{array} \right\}$$
  
(A)  $k > -1$  (B)  $k < \frac{2}{3}$  (C)  $-1 < k < \frac{2}{3}$  (D)  $k < -1$  (E)  $k > \frac{2}{3}$
7. Ha  $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + (-1)^{n+1} \cdot n$ , ahol  $n$  pozitív egész, akkor  $S_{2022} + S_{2023} =$   
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2
8. Hány különböző prímosztója van a  $10^4 - 1$  számnak?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
9. Az  $ABC$  háromszögben  $AB=2$ ,  $BC=3$ ,  $CA=4$ , és a háromszög belső szögfelezőinek metszéspontja  $K$ . Hogyan aránylik az  $ABK$  háromszög területe az  $ABC$  háromszög területéhez?  
(A) 1:3 (B) 1:4 (C) 2:9 (D) 2:11 (E) 3:19
10. Két (különböző) számot választunk véletlenszerűen a  $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29\}$  halmazból. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott két szám összege 24?  
(A)  $\frac{1}{30}$  (B)  $\frac{1}{10}$  (C)  $\frac{2}{15}$  (D)  $\frac{1}{15}$  (E)  $\frac{2}{45}$
11. Hány olyan egyenlő szárú háromszög van, amelynek kerülete 25 kerületegység, és oldalai egész egység hosszúak?  
(A) Nincs ilyen háromszög. (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 12

12. Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszög alapja 18 cm, szárjai 15 cm hosszúak. Hány cm hosszú a háromszög köré írt kör sugara?  
(A) 9,25 (B) 9 (C) 9,375 (D) 8,75 (E) 8,875

13. Az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 - px + 2$  függvény grafikonja szimmetrikus az  $x = \frac{1}{2}$  egyenletű egyenesre. Ekkor  $f$  minimuma

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $5\frac{1}{2}$  (C)  $-\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{3}{4}$  (E)  $\frac{5}{4}$

14. Melyik a lehetséges legnagyobb pozitív maradék, ha egy kétjegyű pozitív egész számot elosztunk a számjegyei összegével?

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

15. A  $H = \{1; 2; 3; \dots; 49; 50\}$  halmaznak (az első 50 darab pozitív egész szám halmazának)  $S$  olyan részhalmaza, amelyben nincs két olyan elem, amelyek összege osztható 7-tel. Legfeljebb hány eleme lehet  $S$ -nek?

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

16. Hány páronként nem egybevágó háromszöget határoznak meg egy kocka csúcsai?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

17. A pozitív egész számok halmazán értelmezett  $f$  függvényre minden  $m, n$  pozitív egész esetén teljesül az  $f(m+n) = f(m) \cdot f(n) - f(m \cdot n) + 1$  egyenlet. Ha  $f(1) = 2$ , akkor  $f(2022) =$

- (A) 2023 (B)  $2022^{2021}$  (C) 2021 (D)  $2022^{2023}$  (E) 2022

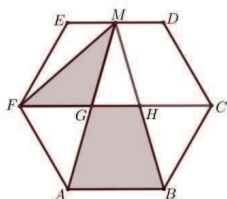
18. Kata és Marci hétvégi sétájukra ugyanabban az időpontban, ugyanazon az útvonalon indultak el a házuk elől. Marci sétatempója 6 km/h, Katáé 4 km/h. Marci 1 km séta után visszafordult. Kata akkor fordult vissza, amikor Marcival szembetalálkozott. Hány perccel Marci után ért Kata a házuk elé?

- (A) 10 (B) 5 (C) 4 (D) 3,75 (E) 3

19. Egy dobozban hat egyforma tapintású golyó található 1-től 6-ig megszámozva úgy, hogy minden golyón egy szám található, és 1-től 6-ig minden szám előfordul. Bekötött szemmel (véletlenszerűen) kihúzunk két golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kihúzott golyókon levő számok különbsége 1?

- (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{6}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{11}{30}$  (E)  $\frac{5}{18}$

20. Az  $ABCDEF$  szabályos hatszögben  $M$  a  $DE$  oldal felezőpontja.  $\frac{T_{ABHG}}{T_{FGM}} =$



- (A) 2      (B) 3      (C)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       (D)  $\sqrt{3}$       (E)  $\sqrt{2}$

21.  $\left(1 + \frac{3}{1}\right) \cdot \left(1 + \frac{5}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{7}{9}\right) \cdot \left(1 + \frac{9}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{41}{400}\right) =$

(A szorzat  $n$ -edik tényezője  $1 + \frac{2n+1}{n^2}$ .)

- (A) 441      (B) 4041      (C) 4410      (D) 4001      (E) 4010

22. Hány olyan háromjegyű szám van a tízes számrendszerben, amelyben az egyik számjegy a másik kettő átlaga?

- (A) 121      (B) 117      (C) 112      (D) 115      (E) 105

23. Mely pozitív egész  $n$  esetén teljesül a következő egyenlet?

$$\frac{n^3-3}{n^3} + \frac{n^3-4}{n^3} + \frac{n^3-5}{n^3} + \frac{n^3-6}{n^3} + \dots + \frac{5}{n^3} + \frac{4}{n^3} + \frac{3}{n^3} = 169$$

- (A) 5      (B) 7      (C) 9      (D) 11      (E) 13

24. Egy nyolc csapatos labdarúgó bajnokságban minden csapat minden csapattal egyszer játszik. Győzelemért 2 pont, döntetlenért 1 pont, vereségért 0 pont jár. Legalább hány pontot kell ahhoz szereznie egy csapatnak a bajnokság végére, hogy biztosan az első négy csapat között végezzen?

- (A) 8      (B) 9      (C) 10      (D) 11      (E) 12

25. *Klikk*-nek hívjuk azokat a legalább 3 emberből álló csoportokat, amelyekben bármely két ember ismeri egymást. (Az ismeretség kölcsönös.) Legfeljebb hány ismeretség lehet egy  $2n$  fős ( $n > 1$ ) társaságban, ha tudjuk, hogy nincs benne *klikk*?

- (A)  $3n-2$       (B)  $n \cdot (2n-1)$       (C)  $n^2$       (D)  $\frac{n^3+11n-6}{6}$       (E)  $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$

# XXV. HAJNAL IMRE MATEMATIKA TESZTVÉRSÉNY

Feladatsor

II. kategória



Békés Megyei Tagozata

GYSZC Harruckern János  
Technikum, Szakképző Iskola és Kollégium

Békéscsabai Andrassy Gyula Gimnázium és Kollégium

Gyulai Erkel Ferenc Gimnázium és Kollégium

MTA SZAB Békés Megyei Testületének  
Matematika Tudományos Műhelye

2022. április 11.