

XIV. Békés Megyei Középiskolai Matematikaverseny

2022/2023

III. kategória

1. a) Milyen x valós szám esetén veszi fel a $2 - (x - \sqrt{2})^2$ kifejezés a maximális értékét? Határozd meg ezt a maximális értéket is!
b) Döntsd el, hogy a $2023^{2022} + 1$ osztható-e 7-tel! Indokolj is!
2. Egy réten pontosan 50 bárány legelészik. Mindegyik bárány egyszínű, vagy fehér vagy fekete. Tudjuk, hogy biztos van közöttük fekete, és azt is, hogy bármelyik kettő közül legalább az egyik fehér. Hány fekete és hány fehér bárány legel a réten? Indokolj is!
3. Oldd meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\sqrt{98x - 49} = 28x - 56$$

4. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalai (alapjai) $AB = 100$ cm és $CD = 20$ cm, átlói pedig $BD = 96$ cm és $AC = 60$ cm hosszúak. Legyen M az átlók metszéspontja! Az M ponton keresztül az alapokkal húzott párhuzamos egyenes a BC szarat az E pontban, a DA szarat pedig az F pontban metszi. Számítsd ki az EM és az MF szakaszok hosszát! Készíts vázlatot is a lényeges adatok feltüntetésével!
5. Egy érettségire készülő tanulócsoportha 15 diák jár. Itt tanul a három jóbarát: Anikó, István és Gyuri is. Figyelembe véve, hogy a csoport tagjai egyformán jó képességűek, az egyik matematika csapatversenyre a tanárnőjük, Jutka néni, véletlenszerűen választja ki a tanulócsoporthól a négy főből álló csapat tagjait.
 - a) Hányféleképpen lehet négyfős csapatot kiválasztani a tanulócsoporthól?
 - b) Hányféleképpen lehet úgy a (négy főből álló) csapatot kiválasztani, hogy abban szerepeljen mindhárom jóbarát?
 - c) A három jóbarátot tartalmazó csapatok száma hány %-a lesz a lehetséges csapatok számának? Az eredményt egy tizedes pontossággal add meg!

Sikeres munkát kívánunk!

***A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésedre.
Válaszaidat kellően indokold, a gondolatod menete jól látható legyen!
Használható eszközök: számológép, függvénytáblázat, író- és rajzeszközök
Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont jár.***