

## XVI. Békés Vármegyei Középiskolai Matematikaverseny 2024/2025

### IV. kategória

- Hetedhétországban a telefonszámok hét számjegyből állnak, és minden számjegy 7-nél kisebb. Az ország lakosai között kiosztották az összes lehetséges ilyen tulajdonságú telefonszámot. Kiderült, hogy minden lakosnak pontosan egy telefonszám jutott. VII. Hetetlennek (ő az ország királya) a telefonszáma: 000 – 0000.
  - Hány lakosa van Hetedhétországnak?VII. Hetetlen véletlenszerűen kiválasztott egy telefonszámot.
  - Mennyi annak a valószínűsége (esélye), hogy egy olyan számot választott, amelynek az első három számjegye azonos, míg az utolsó négy számjegye az első háromtól és egymástól is páronként különböző számjegy?
- Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!
  - $\sqrt{4x^2 + 729} = 45$
  - $\frac{3^{4x+1} \cdot 9^{3x-2}}{27^{2x+3}} = 81^{15}$
- Egy számtani sorozat első három tagjának összege  $-27$ , a következő három tag összege  $-18$ .
  - Határozd meg az első 75 tag összegét!Adott az  $S = 2025 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2024)$  összeg. Mely állítások igazak az  $S$ -re?
  - $S$  prímszám
  - $S$  négyzetszám
  - $S$ -nek 45 pozitív osztója van
- A Különös szülők Szilveszter nevű gyermekük születésekor, és azután a gyermek minden születésnapján befizettek egy bankszámlára 500 ezer petákot, egészen addig, amíg a gyermek el nem érte a 14 éves kort. Ezután hat éven keresztül nem történt befizetés a számlára.
  - Mekkora összeghez juthatott ily módon 20 éves korában Szilveszter?Szilveszter úgy döntött, hogy a megtakarítást 5 év alatt fogja teljesen felhasználni úgy, hogy minden évben a születésnapján (először a huszonegyedikén) azonos összeget fog kivenni a bankból.
  - Mennyi az évente felvehető összeg?A bank végig 4,5 %-os éves kamatlábbal számol, és a kamatjóváírás mindig Szilveszter születésnapja előtt egy nappal történik meg. Válaszodat mindkét esetben ezer petákra kerekítve add meg!
- Az  $ABC$  derékszögű háromszögben  $BC = 12$  cm, míg az  $AC$  befogóhoz tartozó súlyvonal merőleges az  $AB$  átfogóhoz tartozó súlyvonalra.
  - Mennyi a  $BC$  oldalhoz tartozó súlyvonal hosszának pontos értéke?
  - Számold ki a  $\frac{r}{R}$  arányt két tizedesnyi pontossággal, ahol  $r$  és  $R$  az  $ABC$  háromszögbe-, illetve a háromszög köré írható kör sugara!

**Sikeres munkát kívánunk!**

***A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésedre.***

***Válaszaidat számolással, szövegesen kellően indokold, a gondolatod menete jól látható legyen!***

***Használható eszközök: számológép, függvénytáblázat, író- és rajzeszközök***

***A feladatok helyes megoldásáért rendre 6; 8; 10; 12 és 14 pont jár.***