

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny L. esztendő

2011-2012. tanév

9. évfolyam

I. forduló

1. Tudjuk, hogy az alábbi két egyenletnek (a valós paraméter) van közös gyöke.

$$3 \cdot \left(x - 2 \cdot \left(x + \frac{a}{3} \right) \right) = 2x$$
$$\frac{3x+a}{3} - \frac{1+4x}{6} = 0$$

Számítsuk ki a közös gyököt és az a paraméter értékét.

2. Egy derékszögű háromszög oldalai centiméterben mérve egész szám hosszúságúak, és az egyik befogó 11 cm hosszú. Számítsuk ki a háromszög területét.

3. Egy kerti partin g gyermek, n felnőtt nő és f felnőtt férfi vett részt. Tudjuk, hogy $2 \leq g < n < f$. A parti során minden résztvevő pontosan egyszer kezet fogott a többi résztvevővel. Hány kézfogás volt, ha a gyerekek közötti kézfogások számának, a felnőtt nők közötti kézfogások számának és a felnőtt férfiak közötti kézfogások számának összege 57?

4. Az ABC háromszög oldalainak hossza a , b , c , megfelelő magasságainak hossza pedig rendre m_a , m_b , m_c . Bizonyítsuk be, hogy ha $a + c = 2b$, akkor

$$\frac{2}{m_b} = \frac{1}{m_a} + \frac{1}{m_c}.$$

5. Mutassuk meg, hogy akárhogyan is adunk meg 17 darab pozitív egész számot úgy, hogy azok utolsó (egyesek helyén) álló számjegye a $\{0;1;2;3;4\}$ halmazból való, kiválasztható közülük 5 darab, amelyek összege osztható 5-tel.

6. Egy 4×4 -es táblázatba elhelyezünk két a és két b betűt a következő feltételek figyelembe vételével:

(1) a táblázat minden mezőjébe legfeljebb egy betű kerülhet;

(2) semelyik sorban és semelyik oszlopban sem állhat két azonos (két a , vagy két b) betű.

Hány megfelelő elhelyezés van?