Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny L. esztendő

2011-2012. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Melyek azok a pozitív egész n számok, amelyekre a $2^8 + 2^{10} + 2^n$ kifejezés értéke egy pozitív egész szám négyzete?

2. Az $ABCD$ négyzet belsejében a P pont úgy helyezkedik el, hogy az A, B és C csúcsoktól vett távolságára $PA : PB : PC = 1 : 2 : 3$ teljesül. Határozzuk meg az APB szög nagyságát.

3. Melyik az a legnagyobb pozitív egész szám, amely osztója az

$$(n+1)\cdot(n+3)\cdot(n+5)\cdot(n+7)\cdot(n+9)$$

szorzatnak bármely páros pozitív egész n esetén?

4. P az ABC háromszög belső pontja. A CP egyenes az AB oldalt a D, az AP egyenes a BC oldalt az E, a BP egyenes a CA oldalt az F pontban metszi. Tudjuk, hogy $PA + PB + PC = 43$ és $PD = PE = PF = 3$. Határozzuk meg a $PA \cdot PB \cdot PC$ szorzat értékét.

5. Hány valós megoldása van a következő egyenletnek?

$$\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{2x}{3}\right] = x$$

($[a]$ az a szám egészrésze, azaz az a-nál nem nagyobb egész számok közül a legnagyobb.)

6. Az első száz pozitív egész szám halmazának A olyan részhalmaza, amelyben nincs két olyan elem, amelyek összege 125. Legfeljebb hány eleme lehet A-nak?