Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LII. esztendő

2013-2014. tanév

9. évfolyam

I. forduló

1. Egy számot kivéve az 1, 2, …,n pozitív egészek közül, a megmaradó számok átlaga $40\frac{3}{4}$. Melyik számot vettük ki?

2. Vegyük fel az $ABCD$ trapézt és a $CDEFG$ szabályos ötszöget úgy, hogy E illeszkedik az AD, F illeszkedik az AB és G illeszkedik a BC szakaszra. Bizonyítsuk be, hogy $AB = 2 \cdot CD$.

3. Lehetséges-e egy kocka csúcsait valamilyen sorrendben úgy ellátni az 1, 2, …, 8 számokkal, hogy az élekre ráírva a végpontjaikon található számok összegét, páronként különböző számokat kapjunk a kocka 12 élén?

4. *a*) Legyen M az $ABCD$ konvex négyszög egy belső pontja. Bizonyítsuk be, hogy

$$MA + MB < AD + DC + CB.$$

b) Legyen M az ABC háromszög egy belső pontja.
Mutassuk meg, hogy ha k az MA, MB, MC távolságok minimuma, akkor

$$k + MA + MB + MC < AB + BC + CA.$$

5. Oldjuk meg a pozitív egész számok halmazán az alábbi egyenletet:

$$5a - ab = 9b^2.$$

6. Egy matematikaversenyen három feladatot tűztek ki. 25 versenyző volt, aki legalább 1 feladatot meg tudott oldani. Azok közül, akik nem oldották meg a 1. feladatot kétszer annyi volt azok száma, akik megoldották a 2. feladatot, mint azoké, akik megoldották a 3. feladatot. Azon versenyzők száma, akik csak az 1. feladatot oldották meg 1-gyel nagyobb volt, mint azoké, akik az 1. feladat mellett még legalább 1 feladatot megoldottak. Azok közül, akik csak 1 darab feladatot oldottak meg, a fele nem oldotta meg az 1. feladatot. Hány tanuló oldotta meg csak a 2. feladatot?

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.