Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LII. esztendő

2013-2014. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Hányféleképpen bontható fel az 500 egymást követő egész számok összegére, ha az egytagú összeget is beleszámítjuk?

2. Az $ABCD$ konvex négyszögben az átlók metszéspontja E, $AB = AD$, CA felezi a BCD szöget, a BAD szög 140º-os, a BEA szög pedig 110º-os. Határozzuk meg a CDB szög nagyságát.

3. Az a és b pozitív számokra teljesül, hogy $a + b = ab$. Bizonyítsuk be, hogy ekkor

$$\frac{a}{b^2+4} + \frac{b}{a^2+4} \geq \frac{1}{2}.$$

4. Egy szabályos $2n+1$ szög csúcsai közül hányféleképpen választhatunk ki hármat úgy, hogy az ezek által meghatározott háromszög tartalmazza a sokszög középpontját? (A csúcsokat megkülönböztetjük egymástól.)

5. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges a, b, c pozitív egészekre teljesül az alábbi egyenlőség:

$$(a;\, b;\, c)^2 \cdot [a;\, b] \cdot [b;\, c] \cdot [c;\, a] = [a;\, b;\, c]^2 \cdot (a;\, b) \cdot (b;\, c) \cdot (c;\, a).$$

(A szokásoknak megfelelően az x és y egész számok legnagyobb közös osztóját $(x;\, y)$, legkisebb közös többszörösét $[x;\, y]$ jelöli.)

6. Három játékos a következő szabályok szerint focizik: 1. mindig van egy kapus, és a két mezőnyjátékos próbál neki gólt rúgni; 2. aki gólt szerez, az a következő körben kapus lesz. András, Balázs és Csaba a tegnap délutáni játék után így számolnak be arról:

András: 12-szer játszottam mezőnyben.
Balázs: 21-szer játszottam mezőnyben.
Csaba: 8-szor voltam kapus.

Ki szerezte a hatodik gólt?

ÚJ SZÉCHENYI TERV

MAGYARORSZÁG MEGÚJUL

A projekt az Európai Unió támogatásával,
az Európai Szociális Alap
társfinanszírozásával valósul meg.