

**HAJNAL IMRE**  
**MATEMATIKA TESZTVERSENY**

***Feladatsor***

***II. kategória***



***Békés Megyei Tagozata***

***Békés Megyei Harruckern János  
Közoktatási Intézmény***

***MTA SZAB Békés Megyei Testületének  
Matematika Tudományos Műhelye***

***2012. április 14.***

# Gyula

1.  $\frac{2^{2011} \cdot 3^{2013}}{6^{2012}} =$

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{2}{3}$       (E)  $\frac{3}{2}$

2. Két szám összege  $A$ . Mindkét számot növeljük meg 3-mal, majd a kapott eredményeket duplázzuk meg. Az így előálló két szám összege:

- (A)  $2A+3$       (B)  $3A+2$       (C)  $3A+6$       (D)  $2A+6$       (E)  $2A+12$

3. Hány olyan pozitív egész  $m$  szám van, amelyhez létezik legalább egy olyan pozitív egész  $n$  szám, hogy  $m \cdot n \leq m+n$  teljesül?

- (A) 4      (B) 6      (C) 9      (D) 12      (E) végtelen sok

4. Egy téglalap átlója  $a$ , egyik oldala kétszer olyan hosszú, mint a másik. Ekkor a téglalap területe

- (A)  $\frac{a^2}{4}$       (B)  $\frac{2a^2}{5}$       (C)  $\frac{a^2}{2}$       (D)  $a^2$       (E)  $\frac{3a^2}{2}$

5. Hány olyan egymást követő pozitív egész számokból álló, legalább kételemű halmaz van, amelyben az elemek összege 15?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

6. A derékszögű koordináta-rendszerben egy 3 meredekségű egyenes egy 5 meredekségű egyenest a (10; 15) pontban metsz. Mekkora a távolsága a két egyenes  $x$  tengelyre illeszkedő pontjainak?

- (A) 2      (B) 5      (C) 7      (D) 12      (E) 20

7. Egy kör köré négyzetet írunk, a négyzet köré kört, a kapott kör köré pedig újra négyzetet. Az eredeti kör és a nagyobb négyzet területének aránya

- (A)  $\frac{\pi}{16}$       (B)  $\frac{\pi}{8}$       (C)  $\frac{3\pi}{16}$       (D)  $\frac{\pi}{4}$       (E)  $\frac{\pi}{2}$

8. Hány olyan  $x$  valós szám van, amelyre  $\sqrt{120 - \sqrt{x}}$  egész szám?

- (A) 3      (B) 6      (C) 9      (D) 10      (E) 11

9. András években mért életkora most  $A$ . Ez megegyezik három gyermeke jelenlegi életkorának összegével.  $B$  évvel ezelőtt András életkora kétszerese volt három gyermeke

életkora összegének. Ekkor  $\frac{A}{B} =$

- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6

10. Ha  $-4 \leq x \leq -2$  és  $2 \leq y \leq 4$ , akkor  $\frac{x+y}{x}$  legnagyobb értéke

- (A)  $-1$       (B)  $-\frac{1}{2}$       (C) 0      (D)  $\frac{1}{2}$       (E) 1

11. Ha  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$  és  $a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}$  ( $n \geq 3$ ), akkor  $a_{2012} =$

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 2      (E) 3



21. A valós számok halmazán az  $\log_x(2x^2 + x - 1) > \log_x 2 - 1$  egyenlőtlenség igazsághalmaza:

- (A)  $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[$  (B)  $\left] \frac{1}{2}; 1 \right[ \cup ] 1; \infty [$  (C)  $] 1; \infty [$  (D)  $\left] 0; \frac{1}{2} \right[$  (E)  $] 0; 1 [$

22. A valós számok halmazán értelmezett  $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  függvény grafikonja öt különböző helyen metszi az  $x$  tengelyt, ezek közül az egyik metszéspont az origó. Melyik együttható különbözik biztosan 0-tól?

- (A)  $a$  (B)  $b$  (C)  $c$  (D)  $d$  (E)  $e$

23. Ha  $\cos x = 0$  és  $\cos(x + y) = \frac{1}{2}$ , akkor  $y$  legkisebb pozitív értéke

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$  (E)  $\frac{7\pi}{6}$

24. Az  $A$  és  $B$  pontok az  $y = 4x^2 + 7x - 1$  egyenletű parabolára illeszkednek úgy, hogy az origó az  $AB$  szakasz felezőpontja. Milyen hosszú az  $AB$  szakasz?

- (A)  $2\sqrt{5}$  (B)  $5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $5 + \sqrt{2}$  (D)  $7$  (E)  $5\sqrt{2}$

25. Egy téglatest köré írható gömb sugara  $r$ . A téglatest élei hosszának összege 112, felszíne 384. Mekkora  $r$ ?

- (A)  $8$  (B)  $10$  (C)  $12$  (D)  $14$  (E)  $16$

26. A pozitív egész  $n$  szám pozitív osztóinak a száma 60. Ha  $7n$  pozitív osztóinak a száma 80, és  $7^k$  osztója  $n$ -nek, akkor  $k$  maximális értéke

- (A)  $0$  (B)  $1$  (C)  $2$  (D)  $3$  (E)  $4$

27. Nyolc darab egységsugarú gömb a térbeli derékszögű koordináta-rendszerben úgy helyezkedik el, hogy mindegyik térszögben pontosan egy gömb van, és mindegyik gömb érinti mindhárom koordináta-síkot. Egy origó középpontú gömb tartalmazza mind a nyolc gömböt. Legalább mekkora a sugara?

- (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $1 + \sqrt{2}$  (D)  $1 + \sqrt{3}$  (E)  $3$

28.  $A$  és  $B$  a sík két rögzített pontja úgy, hogy  $AB = 1$ .  $S$  azoknak az egységsugarú zárt körlemezeknek az uniója, amelyek külön-külön lefedik az  $AB$  szakaszt. Mekkora  $S$  területe?

- (A)  $2\pi + \sqrt{3}$  (B)  $\frac{8\pi}{3}$  (C)  $3\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $\frac{10\pi}{3} - \sqrt{3}$  (E)  $4\pi - 2\sqrt{3}$

29. Legyen  $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx}$ . Hány olyan valós  $a$  szám van, amelyhez létezik legalább egy pozitív  $b$  úgy, hogy az  $f$  függvény értelmezési tartománya és értékkészlete ugyanaz a halmaz?

- (A)  $0$  (B)  $1$  (C)  $2$  (D)  $3$  (E) végtelen sok

30. Az alábbi, pozitív egész számokat tartalmazó négyzetes táblázat egy multiplikatív bővös négyzet, azaz a sorokban, az oszlopokban és az átlókban álló számok szorzata ugyanannyi.

5	$b$	$c$
0		
$d$	$e$	$f$
$g$	$h$	2

$g$  lehetséges értékeinek összege:

- (A)  $10$  (B)  $25$  (C)  $35$  (D)  $62$  (E)  $136$

Megoldások: EEEBC ABEDD EACCC BEDDD BDAEB CDCCC

A feladatsort összeállította: dr. Kosztolányi József egyetemi docens, Szegedi Tudományegyetem