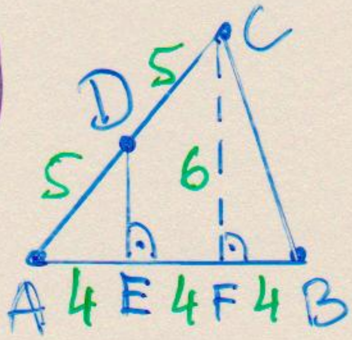
1. $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53 \qquad 2+19+53 = \underline{\underline{74}}$ $\boxed{C}$

2. 

$BC^2 = 6^2 + 4^2 = 52$

$BC = \sqrt{52} = \underline{\underline{2\sqrt{13}}}$ $\boxed{D}$

3. $$\left.\begin{aligned} \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{20}}{20} &= 30 \\ \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_{30}}{30} &= 20 \end{aligned}\right\}$$ $\boxed{B}$

$$\frac{a_1 + \dots + a_{20} + b_1 + \dots + b_{30}}{50} = \frac{1200}{50} = \underline{\underline{24}}$$

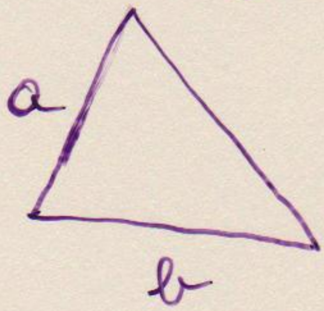
4. $\sqrt{a+\sqrt{b}} = 2\sqrt{7} \iff a + \sqrt{b} = 28$

$$(a;b):\ \left.\begin{matrix} (1;27^2) \\ (2;26^2) \\ \vdots \\ (27;1^2) \end{matrix}\right\} \underline{\underline{27\text{ db}}}$$ $\boxed{A}$

5. A példák alapján: $a \# b = c$
$\Updownarrow$
$a+b+c=24$ $\boxed{A}$

így $6 \# 3 = \underline{\underline{15}}$

6. (1) és (2) a szögek egyenlősége miatt biztosan igaz.



$a \le b$; $\varphi_1 \le \varphi_2 \le \varphi_3$ $\boxed{D}$

a φ_1-gyel és φ_2-vel lehet szemben és ez a két háromszög nem feltétlenül egybevágó, de φ_3-mal csak egyenlő szárú háromszög esetén, és akkor van 2 egybevágó. $\Rightarrow$ (3) is igaz.

7. $n^2 = 20k + 10 + x = 10(2k+1) + x$ (1)

$(1 \le x < 10)$

Kata y kockát ad át:

$$20k + 10 - y = 20k + x + y$$

$$10 = x + 2y \quad (2)$$

$\boxed{B}$

(1) $\Rightarrow$ x négyzetszám utolsó számjegye

(2) $\Rightarrow$ x páros

(1) $\Rightarrow$ $x = 4k+2$

$\Rightarrow x = 6$

$y = 2$

8.

1 – 9   9 db

10 – 99   180 db

100 – ~~[illegible]~~ ?

$2014 - 189 = 1825$ hely háromjegyű számoknak

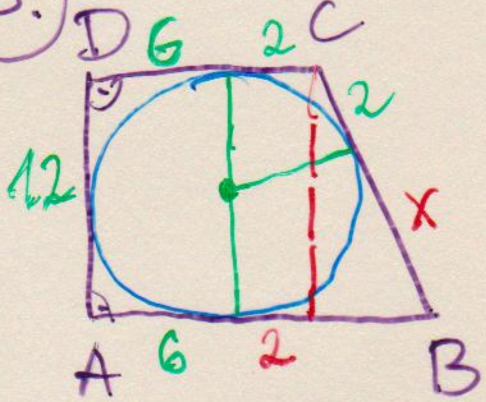
$1825 = 608 \cdot 3 + 1$

$\Downarrow$

$100 - 707\ \boxed{7}08$

$\boxed{D}$

9.



$$12^2 = (x+2)^2 - (x-2)^2 = 8x$$

$$x = 18$$

$\boxed{E}$

$$T = \frac{8+24}{2} \cdot 12 = \underline{\underline{192}}$$

10. Kezdetben:

$$c : k = 1 : 4$$

párolgás után:

$$c : k = 1 : 1$$

$\Rightarrow 60\%$

$\boxed{C}$

11. Behelyettesítve: $1=\frac{2}{4}+a$ és $2=\frac{1}{4}+b$

Innen $a+b=\frac{9}{4}$

$\boxed{E}$

12. Az adott vonalakon 11 pont közül választhatunk, így az összes esetek száma: $\binom{11}{2}=55$

$\boxed{B}$

A lehetséges Δ-ek: $(2;5;5) \to 3$

$(3;4;5) \to 6$

$(4;4;4) \to 1$

10

$P=\frac{10}{55}=\frac{2}{11}$

13. $x^2-4xy+3y^2=17$

$(x-3y)(x-y)=17$

I. $\left.\begin{aligned} x-3y&=1 \\ x-y&=17 \end{aligned}\right\}$ II. $\left.\begin{aligned} x-3y&=17 \\ x-y&=1 \end{aligned}\right\}$ III. $\left.\begin{aligned} x-3y&=-1 \\ x-y&=-17 \end{aligned}\right\}$

IV. $\left.\begin{aligned} x-3y&=-17 \\ x-y&=-1 \end{aligned}\right\}$

I. $\to (25;8)$

II. $\to \emptyset$

III. $\to \emptyset$

IV. $\to (7;8)$

$\boxed{C}$

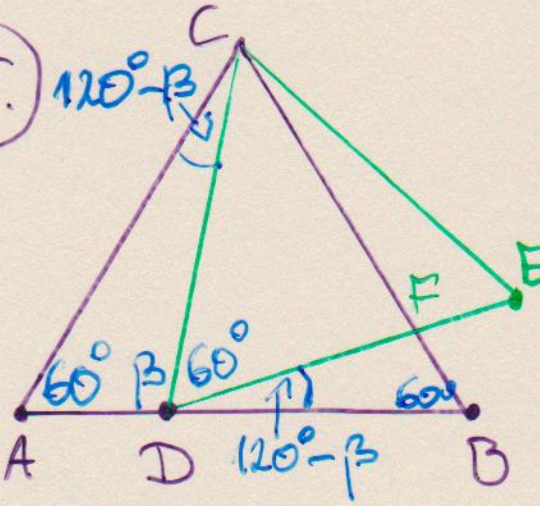
14. A sorozat periodikus 6 hosszú periódussal:

$$2;\ 3;\ \frac{3}{2};\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{2}{3};\ 2;\ 3;\ \dots$$

$\boxed{A}$

$$2014 = 6 \cdot 335 + 4 \implies a_{2014} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

15.



$ADC_\Delta \sim BFD_\Delta$

$$\lambda = \frac{3}{2}$$

$\boxed{C}$

$$T_{DBF} = \frac{4}{9} \cdot T_{ADC} =$$

$$= \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{3}}}$$

16.

Az utak száma: $\binom{2n}{n} = 3432.$

$$\underline{\underline{n = 7}}$$

$\boxed{C}$

17. A tényezőként szóba jöhető prímek:

$2;\ 3;\ 5;\ 7;\ 11;\ 13;\ 17;\ 19;\ 23$ (9 db)

Ez alapján:

$$P = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^5 \cdot 7^5 \cdot 11^2 \cdot 13^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$$

$$d(P) = 11 \cdot 8 \cdot 6^2 \cdot 3^2 \cdot 2^3 = \underline{\underline{228096}}$$

$\boxed{E}$

18. A kocka felszínéhez képest minden csúcsban

$$3\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{-nel}$$

csökken, és

$$\frac{1}{4}\cdot\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)\cdot\sqrt{3}\text{-mal}$$

nő a felszín.

A

Így a test felszíne:

$$6-8\cdot\frac{1}{6}+8\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{9}\cdot\sqrt{3}=\underline{\underline{\frac{2\cdot(21+2\sqrt{3})}{9}}}$$

19. $2a+3b=2014$

b páros és $b\leq 670$

$\Downarrow$

<u>335</u> megfelelő számpár van.

E

20. $x;y\in A \quad x+y=125$

$(x;y)$: $(25;100);(26;99);\ldots;(62;63)$

(1) B-ben a 38 pár mindegyikéből legfeljebb az egyik szám lehet.

C

(2) $\{1;2;\ldots;24\}\subseteq B$

(1) és (2) $\Longrightarrow$ $\max|B|=38+24=\underline{\underline{62}}$

Pl. $B=\{1;2;\ldots;62\}$

1. hat.

21.

P K P K P K P K P

4 4 2 6 3 3 1 5 5

$\boxed{E}$

22.

$N-1,\ N,\ N+1$

$\boxed{A}$

szökőév-e valamelyik?

Ha N nem szökőév, akkor N+1 200-adik napja $365-300+200=265$ nappal van a tekintett kedd után, és ez hétfő. => N szökőév. => N−1 nem szökőév

N−1 100-adik napja $365-100+300=565$ nappal van N 300-adik napja előtt és mivel $565=7k+5$, ezért csütörtök.

23.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)=2$$

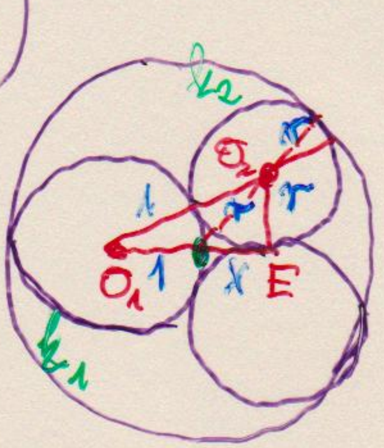
$$(x+1)(y+1)=2xy$$

$$(x-1)(y-1)=2$$

$\boxed{C}$

$x_1=2,\ y_1=3$ vagy $x_2=3,\ y_2=2$

24.



$$\left.\begin{aligned}(1)\ (r+1)^2 &= r^2+(1+x)^2\\ (2)\ (2-r)^2 &= r^2+x^2\end{aligned}\right\}$$

$\boxed{D}$

Pozitív megoldás:

$$x=\frac{2}{3}\qquad r=\frac{8}{9}$$

25.) A különböző válaszok: 0; 1; 2; 3; 4.
A kérdező kézfogásainak száma: x
Az összes kézfogások száma egyrészt

$$\frac{6\cdot 4}{2}=12,$$ $\boxed{D}$

másrészt

$$0+1+2+3+4+x.$$

Innen $\underline{x=2}$. $\Rightarrow$ 3. vagy 4. volt

II. kat.

21.) Mivel $\frac{c}{a}=-\frac{b}{a}$, ezért $b=-c$.
Az együtthatók összege: $a+b+c=a$. $\boxed{A}$

22.)

$$P(0 \text{ fej mindkettőn})=\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=\left(\frac{1}{2}\right)^7$$

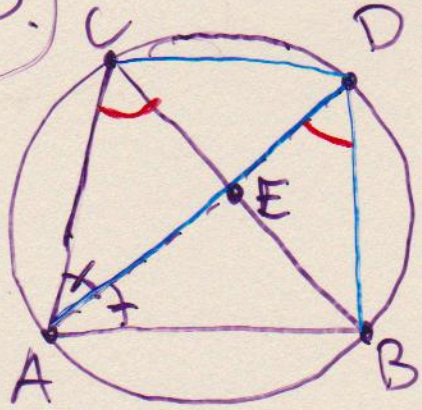
$$P(1 \text{ fej mindkettőn})=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot 4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=12\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$P(2 \text{ fej mindkettőn})=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot 6\left(\frac{1}{2}\right)^4=18\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$P(3 \text{ fej mindkettőn})=\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot 4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4=4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$P(\text{ugyanannyi fej})=(1+12+18+4)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{35}{128}$$ $\boxed{D}$

23.



$$AEC_\Delta \sim ABD_\Delta$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{CE}$$

A szögfelező tétel értelmében:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CE}{EB} \iff CE = EB \cdot \frac{AC}{AB} = (BC - CE) \cdot \frac{AC}{AB}$$

Innen $CE = \dfrac{AC \cdot BC}{AB + AC}$, és így $\boxed{B}$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{CE} = \frac{AB+AC}{BC} = \frac{7+8}{9} = \underline{\underline{\frac{5}{3}}}$$

24.

$$x + y = 10^z \quad ; \quad x^2 + y^2 = 10 \cdot 10^z$$

$$10^{2z} = 10^{z+1} + 2xy \rightarrow xy = \frac{1}{2}\left(10^{2z} - 10^{z+1}\right)$$

$(x+y)^3 = 10^{3z}$ és $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$

$$(x+y)^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z} + \frac{3}{2}\left(10^{2z} - 10^{z+1}\right) \cdot 10^z \quad \boxed{B}$$

$$10^{3z} - \frac{3}{2} \cdot 10^{3z} + 15 \cdot 10^{2z} = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$$

$$a + b = -\frac{1}{2} + 15 = \frac{29}{2}$$

(25.) $A(p\,;\,\log_a p)$; $B(q\,;\,2\log_a q)$ $\quad p>0$, $q>0$

$$AB = |p-q| = 6$$

$$\log_a p = \log_a q^2 \iff p = q^2$$

Így $\left.\begin{array}{r} |q^2 - q| = 6 \\ q>0 \end{array}\right\} \longrightarrow q = 3$

Mivel $C(q\,;\,3\log_a q)$, ezért $\quad \boxed{A}$

$$BC = 6 = \log_a q$$

$$\Downarrow$$

$$a^6 = q = 3$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{a = \sqrt[6]{3}}}$$