

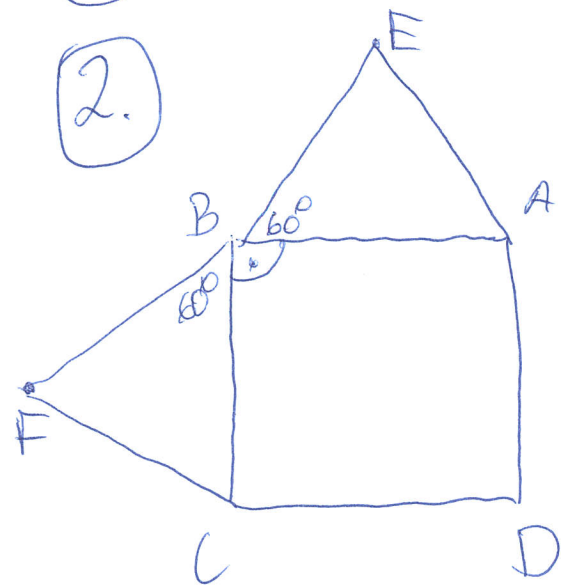
1.  $101 - 1,01 = 99,99$

D

1.

2.

$$\angle FBE_x = 360^\circ - 210^\circ = \underline{150^\circ}$$



D

3. Össztömeg:  $10 \cdot 64 \text{ kg} = 640 \text{ kg}$

4 körbe ösztömege:  $640 \text{ kg} - 4 \cdot 70 \text{ kg} = 360 \text{ kg}$

4 körbe a körbe tömege:  $\frac{360 \text{ kg}}{6} = \underline{60 \text{ kg}}$

C

4.  $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$

$$2016 \cdot \underbrace{2 \cdot 7}_{14} = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = (2^3 \cdot 3 \cdot 7)^2 = 168^2$$

C

5. Egyelemű részhalmaszok: 6 db

Kételemű részhalmaszok:  $4 + 2 + 3 + 1 = 10$  db

Háromelemű részhalmaszok: 4 db

---

Összesen: 20 db

C

6.  $T_1 = 25$  ;  $T_2 = 64$  ;  $T_1 + T_2 = 89$

D

7.

$$x < y < 0 < z \Rightarrow \begin{cases} x+y < 0 \\ -z < 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{x+y-z < 0}}$$

E

Alkalmazdál a többlet:

(A)  $(-4) + (-3) + 3 = -4 < 0$

(B)  $(-2) + (-1)^2 - 10 = -1 < 0$

(C)  $(-5) + (-1) + 2^2 = -2 < 0$

(D) Ila (E) teljesül, (D) nem teljesülhet.

8.

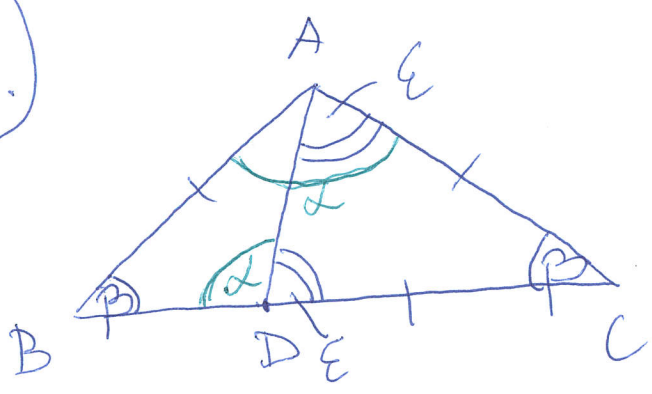
	1	1	2	3	5	8
1	///	///				
1	///	///				
2			///			
3				///		
5					///	
8						///

/// : nem jó

$$P = \frac{36 - 8}{36} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

E

9.

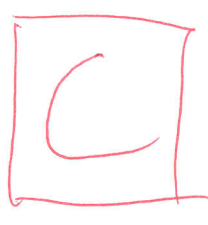


$$\begin{aligned} \alpha + 2\beta &= 180^\circ \\ \alpha + \epsilon &= 180^\circ \\ \hline \epsilon &= 2\beta \\ \beta + 2\epsilon &= 180^\circ \\ \hline 5\beta &= 180^\circ \end{aligned}$$

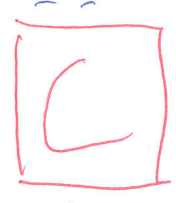
B

$$\angle CDA = \beta = \underline{\underline{36^\circ}}$$

10.  $a \oplus (a \oplus a) = a + (a + a^2)^2 = a^4 + 2a^3 + a^2 + a$   
 $(a \oplus a) \oplus a = (a + a^2) + a^2 = 2a^2 + a$   
 $a^4 + 2a^3 + a^2 + a = 2a^2 + a$   
 $a^4 + 2a^3 - a^2 = 0 \Rightarrow a > 0$   
 $a^2 + 2a - 1 = 0$   
 $a = \sqrt{2} - 1$ , mivel  $a > 0$ .

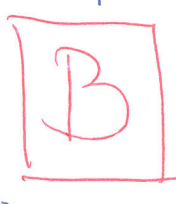


11. 1. eset: A lelőhető  $\Rightarrow$  B leveg  $\Rightarrow$  C lelőhető  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  D leveg  $\Rightarrow$  E lelőhető.  
3 lelőhető



2. eset: A leveg  $\Rightarrow$  B lelőhető  $\Rightarrow$  C leveg  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  D lelőhető  $\Rightarrow$  E leveg  
2 lelőhető

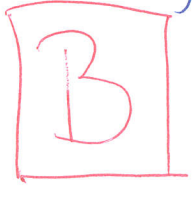
12. Ullkor találgosnak előnör, amikor  
 Dani „lelőhető” látit.



D:  $(6+1) + (6+1) + 6 = 20$  } 20 perc múlva  
 M:  $(8+2) + (8+2) = 20$  } találgosnak előnör

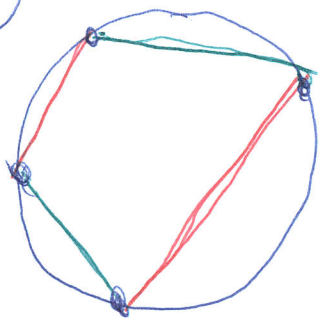
13.  $\frac{n(n-1)}{2} < 2016 < \frac{n(n+1)}{2}$

Mivel  $2016 = 32 \cdot 63$  (lásd 4. feladat),  
 ezért  $n = 63$ .





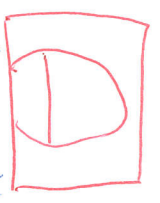
16.



Bármely 4 pont 2 valahányt határoz meg. } 5.

Igy a valahányok száma:

$$2 \cdot \binom{12}{4} = 2 \cdot \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \underline{\underline{990}}$$



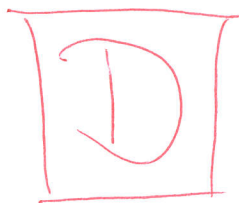
17.

It feltétellel adódik, hogy  $n = 3k, 6n = 18k$ .  
 $6n = 18k$  ezért  $3 | 6n$  és így  $3 | n$ .

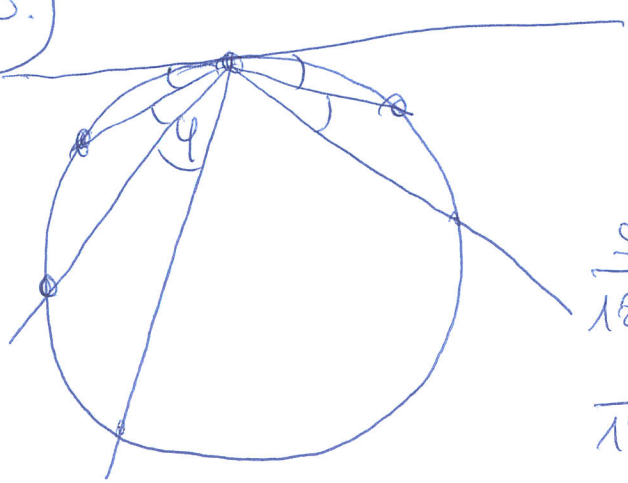
It megfelelő két; ugyan számok:

$n$	$6n$	
18	108	+
27	162	+
36	216	+
45	270	+
54	324	+
63	378	-
72	432	+
81	486	-
90	540	+
99	594	+

8 db megfelelő  $n$  van.



18.



$$\varphi = \frac{180^\circ}{n}$$

$$50^\circ = k\varphi \quad (k \in \mathbb{N}^+)$$

$$\frac{50^\circ}{180^\circ} = \frac{k}{n}$$

$$\frac{5}{18} = \frac{k}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{n_{\min} = 18}{\underline{\underline{\quad}}}$$



19.  $x^2 - 8x - 1001y^2 = 0 \Leftrightarrow \left[ y^2 = \frac{x(x-8)}{7 \cdot 11 \cdot 13} \mid (x \neq 0; 8) \right] \underline{6.}$

$y=1$  és  $y=2$  nem lehet

C

$y=3 = 9 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 99 \cdot 91$

$x=99$   $y=3$  a legkisebb megoldás.

$x+y=102$

20.  $x^2 + bx + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-b - \sqrt{b^2 - 8}}{2} \leq x \leq \frac{-b + \sqrt{b^2 - 8}}{2}$

Minél pontosan 3 egész szám területe alatt van, ezért  $\sqrt{b^2 - 8} \leq 4 \Leftrightarrow b^2 \leq 24$ .

Emellett  $b^2 > 8$ , ezért  $b$  lehetséges értékei:  $-4; -3; 3; 4$ .

C

Pontosan 3 egész megoldás csak  $-4$  és  $4$  esetén van, így a válasz: 2

# 1. lecke

21. 1, 10, 11 nem meghatározó a teljesség  
 egy szempontból, hiszen 0-ból.  
 Olvas ~~nem~~ <sup>három</sup> ~~száma~~, amelyek között 1-re  
 nézhető: (7; 9), (3; 13), esetleg is hiszen  
 $10^3 = (2 \cdot 5)^3$  - + hiszen a prímtényező's felho-  
 tásból, és figyeljünk rá, hogy  $3^4 = 81$ .  
 A maradék között 4-re nézhető.

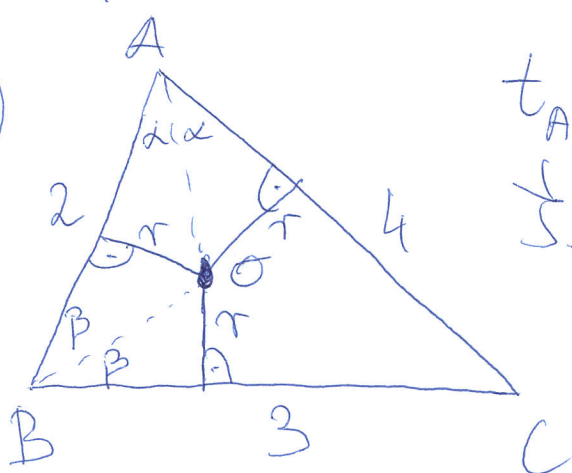
B

22.

1	2	3	4	5
4	3	2	5	1
5	1	4	3	2
2	4	5	1	3
3	5	1	2	4

A

23.



$$t_{ABO} : t_{BCO} : t_{CAO} = 2 : 3 : 4$$

így

$$\frac{t_{ABO}}{t_{ABC}} = \frac{2}{9}$$

C

24. Legyen  $m+n = 4k$ ,  $m^2 + mn + n^2 = 49k$   
 $(m+n)^2 = 16k^2$

$mn = 16k^2 - 49k = k(16k - 49) \geq 1$

$k \geq 4$

$mn \leq \left(\frac{m+n}{2}\right)^2 = 4k^2$

Így  $16k^2 - 49k \leq 4k^2 \Leftrightarrow 49k - 12k^2 \geq 0$

$k \leq 4$  D

kapjuk:  $k=4$ , azaz  $m+n = 16$

25. Tlhr.  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \in \mathbb{N}^+$

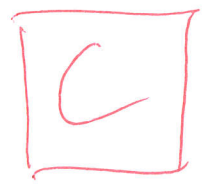
Ellen vagy  $a_1 + \dots + a_5 \geq 51$  vagy  $a_6 + \dots + a_{15} \geq 102$

Mindkét esetben van olyan  $i$ , hogy

$a_i \geq 10\frac{1}{5}$

vt  $10; 10; 10; 10; 10; 10\frac{1}{5}; 10\frac{1}{5}; \dots; 10\frac{1}{5}$  nem is  
 kielégíti a feltételt, így a válasz:

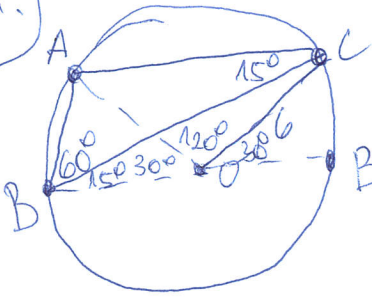
$10\frac{1}{5}$





# 11. kategória

21.



$AC = 2 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$   
 A körület: és középponti nőpél  
 tételéből adódik, hogy  
 $AC \parallel BB'$ .

Így  $T_{ABC} = T_{AOC} = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = \underline{\underline{9\sqrt{3}}}$

A

22.

$(2^a + 2^b)^2 = 2^x + 2^y$  és  $x \neq y$

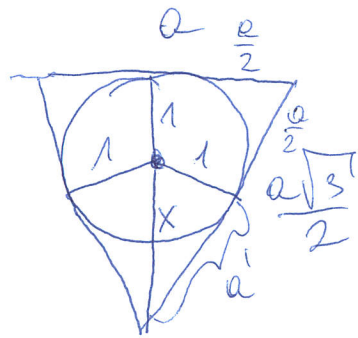
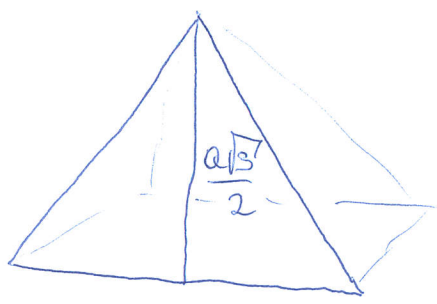
$2^{2a} + 2^{a+b+1} + 2^{2b} = 2^x + 2^y$

Ugyan  $a+b+1 = 2a$  vagy  $a+b+1 = 2b$ ,  
 azaz  $|a-b|=1$ .

C

23.

a az alap és oldalak hossza.



$x = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$

D

(Megj:  $x = \sqrt{1 + a^2}$  ellipszoid; a a  
 normáltárolat.)

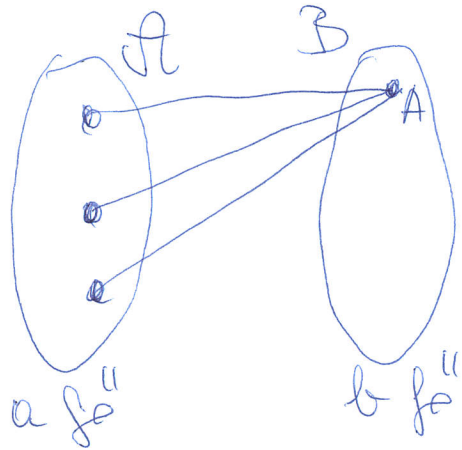
24.  $\sin(\frac{1}{x}) = 0$   $x = \frac{1}{\pi}; \frac{1}{2\pi}; \frac{1}{3\pi}; \dots$

$\frac{1}{100} \leq \frac{1}{n\pi} \iff n \leq \frac{100}{\pi} \approx 31,8$

It ziszorshelyek száma: 31

A

25. Modell:  $2n$  pontú gráf,  $A$  az egyik maximális fokszámú pont.



$\mathcal{A}$ :  $A$  ismeretével halvára.

Nincs élük



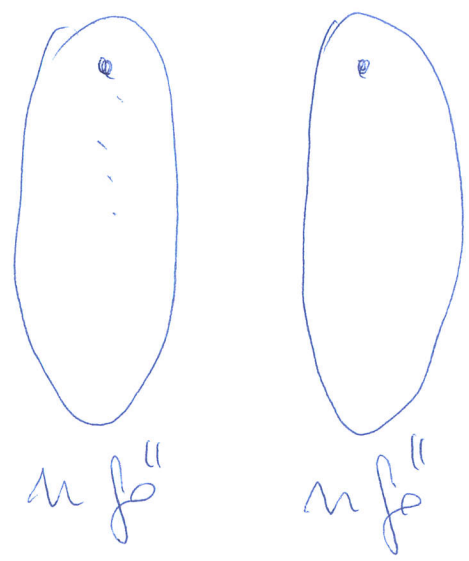
$\mathcal{A}$ -ban nincs él.

Legyen  $l$  az ismeretével (élük) száma,  $s$  pedig a  $B$ -beli pontok fokszámösszege.

$l \leq s \leq ab \leq (\frac{a+b}{2})^2 = (\frac{2n}{2})^2 = n^2$

$n^2$  ismerettség lehet:

C



Teljes páros gráf